NOVEMBER/DECEMBER 2025

CMA53 — COMPLEX ANALYSIS – I

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.



1. Express $(3+2i)+(-7-i)$ in the standard form of $a+ib$.

   $(3+2i)+(-7-i)$ ஐ $a+ib$ இன் நிலையான வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தவும்.

2. Find the modules of $-2+4i$.

   $-2+4i$ இன் தொகுதிக் கூறுகளைக் கண்டறியவும்.

3. State $C-R$ equation in polar form.

   $C-R$ சமன்பாட்டை துருவ வடிவத்தில் குறிப்பிடவும்.

4. Write any two properties of analytic function.

   பகுப்பாய்வு செயல்பாட்டின் ஏதேனும் இரண்டு பண்புகளை எழுதவும்.

5. Prove that $\vartheta = 3x^2y - y^3$ is harmonic.

$\vartheta = 3x^2y - y^3$ ஹார்மோனிக் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

6. Define conformal mappings.

இணக்கமான வரைபடங்கள் வரையறு.

7. Find the invariant points of $\omega = \frac{2z-5}{z+4}$.

$\omega = \frac{2z-5}{z+4}$ இன் மாறாத புள்ளிகளைக் கண்டறியவும்.



8. Write the bilinear transformation formula.

இருகோட்டு உருமாற்ற சூத்திரத்தை எழுதவும்.

9. State Cauchy's integral theorem.

காச்சியின் முழுமையீட்டு தேற்றத்தைக் குறிப்பிடவும்.

10. Evaluate $\int_C e^z dz$ where c is $|z| = 1$.

c என்பது $|z| = 1$ ஆக இருக்கும் இடத்தில் $\int_C e^z dz$ -ஐ மதிப்பிடவும்.

18. Find the map of the circle $|z|=3$ by the transformation $w=z+1+i$.

$w=z+1+i$ உருமாற்றத்தால் $|z|=3$ வட்டத்தின் வரைபடத்தைக் கண்டறியவும்.

19. Find the bilinear transformation that maps $z_1=0, z_2=1, z_3=\infty$ onto $w_1=-1, w_2=-i, w_3=1$.

$z_1=0, z_2=1, z_3=\infty$ ஐ $w_1=-1, w_2=-i, w_3=1$ இல் வரைபடமாக்கும் இருகோட்டு உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.

20. Evaluate using Cauchy integral Formula

$$\int_C \frac{z+2}{(z-1)(z-3)}dz,\ c:|z|=2$$

காச்சி ஒருங்கிணைப்பு சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக :

$$\int_C \frac{z+2}{(z-1)(z-3)}dz,\ c:|z|=2$$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Prove that $|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ for any two complex numbers and z_1 and z_2.

ஏதேனும் இரண்டு சிக்கலான எண்கள் மற்றும் z_1 மற்றும் z_2 க்கு $|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ என்பதை நிரூபி.

Or



(b) Graphically prove that $|z_1+z_2+z_3|\le|z_1|+|z_2|+|z_3|$.

$|z_1+z_2+z_3|\le|z_1|+|z_2|+|z_3|$ என்பதை வரைபடமாக நிரூபி.

12. (a) Determine the analytic function $w=u+iv$ if $u=x^3-3xy^2+3x^2-3y^2+1$.

$u=x^3-3xy^2+3x^2-3y^2+1$ எனில், பகுப்பாய்வு சார்பு $w=u+iv$ ஐத் தீர்க்க.

Or

(b) Show that the function $f(z)=z|z|$ is not analytic anywhere.

$f(z)=z|z|$ என்ற சார்பு எங்கும் பகுப்பாய்வு ரீதியாக இல்லை என்பதைக் காட்டு.

13. (a) Prove that $u = e^x[\cos y - \sin y]$ is harmonic.

$u = e^x[\cos y - \sin y]$ என்பது ஹார்மோனிக் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Prove that $u = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2)$ is harmonic.

$u = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2)$ என்பது ஹார்மோனிக் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

14. (a) Find the line $y - x + 1 = 0$ under the mapping $w = \frac{1}{z}$.

$w = \frac{1}{z}$ என்ற வரைபடத்தில் கீழ் $y - x + 1 = 0$ என்ற வரியைக் கண்டறியவும்.

Or

(b) Find the bilinear transformation which maps $z_1 = \infty$, $z_2 = 1$ and $z_3 = 0$ into the points $w_1 = 0, w_2 = i, w_3 = \infty$.

$z_1 = \infty$, $z_2 = 1$ மற்றும் $z_3 = 0$ ஆகியவற்றை $w_1 = 0, w_2 = i, w_3 = \infty$ புள்ளிகளாக வரைபடமாக்கும் இருநேர்க்கோட்டு உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.

15. (a) Evaluate $\int_C \frac{3z^2 + 7z - 1}{(z-2)} dz$ where c is the curve, $|z| = 1$.

மதிப்பிடு : $\int_C \frac{3z^2 + 7z - 1}{(z-2)} dz$, இங்கு c என்பது வளைவு, $|z| = 1$.

Or

(b) Evaluate $\int_C \frac{z^2 + 1}{(z-1)^2} dz$, $c : |z| = \frac{3}{2}$.

மதிப்பிடு : $\int_C \frac{z^2 + 1}{(z-1)^2} dz$, $c : |z| = \frac{3}{2}$.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the square root of $(-7 + 24i)$.

$(-7 + 24i)$-இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டறியவும்.

17. Prove that $f(z) = e^z$ is analytic and find its derivative.

$f(z) = e^z$ பகுப்பாய்வு என்பதை நிரூபித்து அதன் வழித்தோன்றலைக் கண்டறியவும்.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai